Задание **Наилучшее равномерное приближение**.

Дано: Файл с парами чисел $x_i, y_i, i = 0, \ldots, N$.
Построить: Алгебраический полином $P_n^*(x)$ степени n, являющийся решением следующей задачи

$$\inf_{P_n(x)} \max_{i \in [0,\ldots,N]} |y_i - P_n(x_i)|$$

Такой полином называется полиномом наилучшего равномерного приближения исходной функции $y(x_i) = y_i$ по узлам x_i, $i = 0, 1, \ldots, N$.
Тест: Сформировать файл с данными для функции $f(x) = x^N + x^{N-1}$ на отрезке $[-1, 1]$ и построить численно многочлен $P_n^*(x)$ наилучшего равномерного приближения степени $n = N - 1$. Сравнить с точным аналитическим решением $P_n^*(x) = f(x) - T_N(x) \cdot 2^{1-N}$.

Задание **Наилучшее среднеквадратичное приближение**.

Дано: Файл с парами чисел $x_i, y_i, i = 0, \ldots, N$ и система аналитических функций $\phi^{(j)}(x), j = 0, \ldots, n$.
Найти: Коэффициенты c_i в разложении функции $F(x) = \sum\limits_{j=0}^{n} c_j \phi^{(j)}(x)$, являющийся решением задачи

$$\rho = \inf_{c} \sum_{i=0}^{N} \alpha_i (y_i - F(x_i))^2$$

Функция $F(x)$ называется наилучшим квадратичным приближением.
Тест: Для матрицы A матрица R из QR-разложения с выбором главного столбца имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 2.23 & 0.89 & 0.44 & 0.00 & -0.44 \\ 0.00 & 1.78 & 0.33 & 0.00 & -0.33 \\ 0.00 & 0.00 & -1.63 & 0.00 & 0.41 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.41 & 0.70 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.10 \end{pmatrix}$$